АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 СЕНТЯБРЬ, 1965 ВЫПУСК 3

О СТАТИСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРАХ ИЗЛУЧЕНИЯ НЕПРАВИЛЬНЫХ И ПОЛУПРАВИЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ЗВЕЗД

Ф. И. ЛУКАЦКАЯ и А. П. ЗЕЛЬЦМАН

Поступила 10 июля 1965
Исправлена 3 сентября 1965

Статья представляет собой некоторое развитие работы Граттона, изучавшего модель В. А. Амбарцумяна для быстрых неправильных переменных звезд. В случае экспоненциального характера возгорания и спадания вспышки найдено интегральное выражение для распределения амплитуд вспышек, основывающееся на наблюденных распределениях блеска исследуемых звезд. При гамма-распределении для интенсивности излучения, вызванного вспышками, распределение амплитуд получено в явном виде. В качестве иллюстрации рассмотрены вспыхивающие звезды PZ Mon и AE Aqr Обсуждаются некоторые следствия полученных соотношений.

Исследования функций распределения блеска ряда неправильных и полуправильных переменных звезд приводят к выводу о возможности рассмотрения процесса изменения блеска этих звезд как стационарного случайного процесса [1—3]. Для звезд типа T Tau такой характер изменения блеска был предсказан В. А. Амбарцумяном еще в 1957 г. [4]. Ему же принадлежит модель таких звезд, которая исследовалась Граттоном [5]. Согласно этой модели, интенсивность излучения неправильной переменной звезды равна сумме начальной интенсивности $I_{\min}$ и добавки ΔI, являющейся суммой вкладов отдельных вспышек, происходящих на звезде с постоянной средней частотой через случайные интервалы времени. В данной работе мы будем исходить из формулы (1), в которую переходит формула Граттона (формула (21) в [5]), если освободиться от предположения об одинаковой форме кривых изменения интенсивности вспышек со временем для разных вспышек.

$$\ln \psi(\omega) = v \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_1(a)\, da \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left[e^{i\omega g(a,\, t)} - 1 \right] dt. \qquad (1)$$

Здесь
$$\psi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\Delta I} p(\Delta I)\, d(\Delta I), \tag{2}$$

v — средняя частота вспышек, $g(a, t)$ — функция, описывающая форму вспышки, через a обозначен набор параметров, определяющих амплитуду E и форму вспышки, $f_1(a)$ и $p(\Delta I)$ — плотности вероятностей. Примем далее

$$\begin{gathered} a = \{E, \gamma_1, \gamma_2\} \\ g(a, t) = g(E, \gamma_1, \gamma_2, t) \\ f_1(a) = f(E)\,\varphi(\gamma_1, \gamma_2)\, dE\, d\gamma_1\, d\gamma_2 \\ g(E, \gamma_1, \gamma_2, t) = \begin{cases} Ee^{\gamma_1 t} & \text{при } t < 0 \\ Ee^{-\gamma_2 t} & \text{при } t > 0. \end{cases} \end{gathered} \tag{3}$$

Форма вспышки согласно (3) изображена на рис. 1. $g(E, \gamma_1, \gamma_2, t)$ имеет смысл интенсивности излучения вспышки с амплитудой E, скоростью возгорания γ_1 и скоростью затухания γ_2 через промежуток времени t от начала спадания блеска. E не зависит от γ_1 и γ_2.

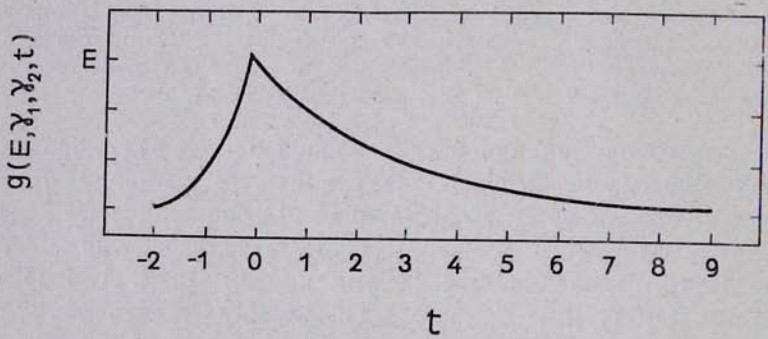

Рис. 1.

При этих предположениях удается разрешить интегральное уравнение (1) относительно $f(E)$. Подействовав для этого на (1) оператором $\omega\, d/d\omega$, получим

$$\omega \frac{d}{d\omega} \ln \psi(\omega) = v \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\gamma_1, \gamma_2) \left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}\right) d\gamma_1 d\gamma_2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(E)\, e^{i\omega E} dE - 1\right]. \tag{4}$$

Обозначим

$$v \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\gamma_1, \gamma_2) \left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \right) d\gamma_1 d\gamma_2 = b. \tag{5}$$

Пусть

$$\lim_{\omega \to \infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(E) e^{i\omega E} \, dE = 0, \tag{6}$$

тогда из (4)

$$\lim_{\omega \to \infty} \omega \frac{d}{d\omega} \ln \psi(\omega) = -b. \tag{7}$$

Учтя (5) и (7), при помощи обратного преобразования Фурье получим из (4) искомое распределение

$$f(E) = \frac{1}{2\pi b} \int_{-\infty}^{\infty} \left[b + \omega \frac{d}{d\omega} \ln \psi(\omega) \right] e^{-i\omega E} \, d\omega. \tag{8}$$

Так как $\psi(\omega)$ может быть определена из наблюдений блеска звезд при помощи соотношения (2), а b—при помощи соотношения (7), $f(E)$ определяется из наблюдений. Оказывается, что для ряда неправильных и полуправильных переменных $p(\Delta I)$ можно считать плотностью вероятности гамма-распределения, то есть

$$p(\Delta I) = \frac{7}{\Gamma(\alpha + 1) \beta^{\alpha+1}} \Delta I^{\alpha} e^{-\frac{\Delta I}{\beta}}, \tag{9}$$

так как в этом случае вычисленные из (9) и наблюденные функции распределения для блеска хорошо согласуются.

Аналитические выражения функций распределения для изменения блеска получались при помощи известной формулы для функции распределения функции по функции распределения аргумента и определения

$$\frac{I_{\min} + \Delta I}{I_{\min}} = 2.512^{m_{\min} - m}.$$

Если $p(\Delta I)$ имеет вид (9), то распределение для $\Delta m = m_{\min} - m$ запишется

$$\varphi_{(m_{\min} - m)} = \frac{0.9211}{\Gamma(\alpha + 1)} \left(\frac{I_{\min}}{\beta} \right)^{\alpha+1} 2.512^{m_{\min} - m} \left(2.512^{m_{\min} - m} - 1 \right)^{\alpha} \times$$
$$\times e^{-\frac{I_{\min}}{\beta} \left(2.512^{m_{\min} - m} - 1 \right)} \tag{10}$$

Параметры этого распределения $\beta/I_{\min}$ и α определяются из двух уравнений

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial\varphi}{\partial(m_{\min}-m)} &= 0 \\ \varphi(m_{\min}-m) &= \varphi_{\max} \end{aligned}\right\} \text{ при } \quad m_{\min}-\hat{m} = \Delta\hat{m}. \tag{11}$$

Значения предпочтительного блеска $\hat{m}$ и величина максимальной вероятности $\varphi_{\max}$ снимаются с наблюденных функций распределения. Система (11) решается графически. Вычисленные функции распределения и их сравнение с наблюдениями для достаточно типичных функций PZ Mon [6] и AE Aqr [7] приведены на рис. 2. Их согласие является основанием для принятия для $p(\Delta I)$ распределения (9). По-видимому, (10) — одно из возможных аналитических представлений функций распределения блеска неправильных и полуправильных переменных звезд.

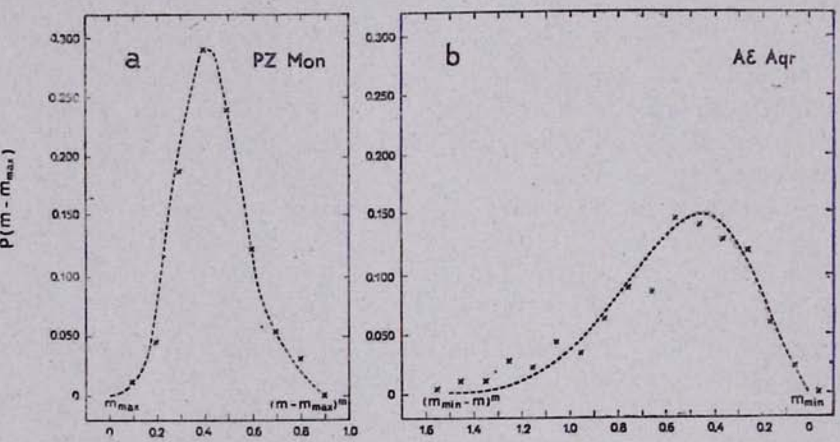

Рис. 2. a, PZ Mon, $\alpha = 7$, $\frac{I_{\min}}{\beta} = 12.6$ b, AE Aqr, $\alpha = 1.54$; $\frac{I_{\min}}{\beta} = 3.66$.

Крестиками обозначны наблюденные значения.

Если принять для $p(\Delta I)$ распределение (9), то $f(E)$ удается получить в явном виде. Действительно,

$$\psi(\omega) = C\int\limits_0^\infty \Delta I^\alpha e^{-\Delta I\left(\frac{1}{\beta}-i\omega\right)} d(\Delta I) = C'\left(\frac{1}{\beta}-i\omega\right)^{-(\alpha+1)}$$

$$\lim \omega \frac{d}{d\omega} \ln\psi(\omega) = \lim -(\alpha+1)\frac{i\omega}{i\omega-\frac{1}{\beta}} = -(\alpha+1),$$

откуда из (7)

$$b = \alpha + 1, \quad b + \omega \frac{d}{d\omega} \ln \psi(\omega) = -\frac{\alpha + 1}{\beta\left(i\omega - \frac{1}{\beta}\right)}. \tag{12}$$

Отсюда и из (8) искомое распределение имеет вид

$$f(E) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{E}{\beta}} \text{ при } E > 0,$$

$$f(E) = 0 \text{ при } E < 0. \tag{13}$$

Заметим, что (6) для него выполняется. Из наблюденных функций распределения при помощи (11) определяются $\alpha + 1$ и $\frac{\beta}{I_{\min}} = t$. Они связаны со средним значением модуля дополнительной интенсивности. Действительно, из (9) вытекает, что

$$\frac{\overline{|\Delta I|}}{I} = (\alpha + 1)\, t.$$

Откуда, учтя (5) и (12), получим

$$\beta = \frac{\overline{|\Delta I|}}{v\left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}\right)}.$$

Из формулы (10) видно, что функции распределения блеска будут совпадать, когда $\alpha_1 = \alpha_2$ и $\frac{I_{\min 1}}{\beta_1} = \frac{I_{\min 2}}{\beta_2}$. По-видимому, такие равенства могут иметь место для звезд с очень различающимися состояниями, так как близкие по форме функции распределения наблюдаются для ряда быстрых неправильных карликов и медленных полуправильных гигантов и сверхгигантов, например для PZ Mon и UX Aur, T Tau и Y Gem [8]. Если сделать естественное предположение, что у звезд с быстрыми изменениями блеска $\overline{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}}$ меньше, чем у медленных переменных, то на основании (5) и (12) можно сделать вывод, что у первых вспышки происходят с большей средней частотой.

Распределение (13) имело бы место, если бы

$$E = \left(\frac{x_1}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{\sigma}\right)^2,$$

где x_1 и x_2 — нормально распределенные случайные величины с параметрами распределений 0 и $\sigma = \sqrt{\frac{\beta}{2}}$. Если под x_1 и x_2 понимать проекции на координатные оси некоторой характерной длины области, охваченной вспышкой, то E будет пропорционально размерам области.

ГАО АН УССР

ON THE STATISTICAL PARAMETERS OF THE RADIATION OF IRREGULAR AND SEMIREGULAR VARIABLE STARS

F. I. LUKATSKAJA, A. P. ZELTSMAN

The paper is concerned with a certain development of the Gratton study of the Ambartsumian model for rapid irregular stars. In the case of exponential increase and decrease of each flare an integral expression for the distribution of flare amplitudes has been found. It is based on observed distribution functions of light. The amplitude distribution in evident form is given for gamma-distribution of the flare intensity. Flare stars AE Aqr and PZ Mon are considered as examples. Some consequences of obtained expressions are discussed.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ф. И. Лукацкая*, АЦ АН СССР, № 223, 1961.
2. *Ф. И. Лукацкая*, ПЗ 14, № 4, 1963.
3. *Ф. И. Лукацкая*, Исследования по физике звезд и диффузной материи, „Наукова думка", Киев, 1964.
4. *В. А. Амбарцумян*, „Нестационарные звезды", 11, АН АрмССР, Ереван, 1957.
5. *L. Gratton*, „Atti. conv. astron. Milano-Merate, 1962", Pavia, 1963.
6. *S. Gaposchkin*, TTB, № 13, 39, 1955.
7. *F. Leonouvel, I. Daquillon*, Ann. d'Aph., 17, 416, 1954.
8. *Ф. И. Лукацкая*, ПЗ, 15, № 5.