

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12

АВГУСТ, 1976

ВЫПУСК 3

ПРОЦЕССЫ КОМПТОНИЗАЦИИ И СПЕКТРЫ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПЛАЗМЕННОМ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕАКТОРЕ

Ю. А. НИКОЛАЕВ, В. Н. ЦЫТОВИЧ

Поступила 17 июля 1975

Исследуются процессы формирования степенных распределений электронов по энергии $f_{\epsilon} \sim \epsilon^{-\gamma}$ в плазменном турбулентном реакторе (ПТР) с учетом комптоновского рассеяния реабсорбированного излучения. Показана универсальность ПТР как источника релятивистских электронов со степенным спектром в условиях, близких к реальным космическим условиям при наличии магнитных полей и магнитных турбулентных мод колебаний. Исследована зависимость показателя спектра γ от параметров, характеризующих плазму турбулентного реактора для различных типов турбулентности. Найденные $\gamma \lesssim 3$ соответствуют области наиболее вероятных значений, получаемых при исследовании космических радионисточников.

1. В [1] рассматривались два основных механизма формирующих спектр релятивистских электронов в плазменном турбулентном реакторе (ПТР). Это трансформация плазменных волн в высокочастотное излучение ($\omega \gg \omega_{pe}$) и синхротронный механизм. Было показано, что когда функция распределения электронов $f_{\epsilon, x}$ и спектральная интенсивность электромагнитного излучения $I_{\omega, y}$ не меняются заметно на угле $\Delta\theta \approx \frac{mc^2}{\epsilon}$, соответствующие уравнения для ПТР имеют вид

$$\frac{\partial f_{\epsilon, x}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\epsilon^2 D_{\epsilon} \frac{\partial f_{\epsilon, x}}{\partial \epsilon} + A_{\epsilon} f_{\epsilon, x} \right) \quad (1)$$
$$\frac{\partial I_{\omega, y}^2}{\partial t} = \nu_{\omega, y}^2 I_{\omega, y}^2 + Q_{\omega, y}^2$$

x и y — соответственно косинусы углов направления внешнего магнитного поля с вектором скорости электрона и с волновым вектором электромагнитной волны. При этом распределение электронов по энергии является сте-

пленным $f_i \sim \varepsilon^{-1}$ с показателем $\gamma = 3$, а спектр излучения, запертого в плазменном турбулентном реакторе ($\omega < \omega_0$), удовлетворяет универсальному закону $I_\omega \sim \omega^{5/2}$.

Дальнейшее уточнение теории ПТР проводилось в направлении учета эффектов комптонизации [2, 3], то есть рассеяния высокочастотного излучения I_ω на электронах. При этом сохраняется степенной характер спектра электронов ε^{-1} , а значение показателя спектра γ уменьшается. Эффект комптонизации определяется плотностью энергии излучения W' в плазменном турбулентном реакторе.

Электромагнитное излучение генерируется в процессе взаимодействия электронов с турбулентными пульсациями и магнитным полем. Рассеяние этого излучения на релятивистских электронах в турбулентном реакторе приводит, вообще говоря, к определенному изменению как коэффициента реабсорбции излучения γ_ω и интенсивности спонтанного излучения Q_ω , так и диффузии частиц в энергетическом пространстве D , и коэффициента потерь энергии A_s .

Настоящая работа посвящена исследованию влияния процессов комптонизации на формирование спектров быстрых частиц в турбулентной плазме в условиях, близких к реальным космическим условиям, при наличии магнитных полей и магнитных турбулентных мод колебаний. Универсальность плазменного турбулентного реактора как источника быстрых электронов состоит в том, что спектры, вырабатываемые ПТР, как без комптонизации, так и при наличии комптонизации являются степенными. Влияние комптонизации состоит в изменении показателя спектра электронов γ и появлении зависимости от значения таких параметров, как напряженность магнитного поля H , уровень турбулентности W , степень изотропии распределения быстрых частиц и т. п. В отсутствие комптонизации такой зависимости нет и всегда $\gamma = 3$.

В первой части настоящей работы рассмотрены особенности комптонизации, определяющие характер основных уравнений (1), и определены условия формирования степенного спектра электронов в плазменном турбулентном реакторе. Далее анализируются особенности спектра в ПТР различного типа.

2. Рассмотрим влияние излучения, запертого в ПТР (с частотами $\omega < \omega_0$ [5]), на спектр этого же излучения. Оценим коэффициент реабсорбции излучения γ_ω и интенсивность спонтанного излучения Q_ω с учетом эффекта комптоновского рассеяния на релятивистских электронах с функцией распределения

$$f_i \sim n_0 \cdot 1/z^1, \quad \int_0^1 f_i dz = n_0. \quad (2)$$

Не нарушая общности в оценках, угловое распределение электронов и излучения считаем изотропным, а спектр излучения $I_\omega \sim \frac{W^t}{\omega_\pm} \left(\frac{\omega}{\omega_\pm} \right)^{5/2}$ (но не в дальнейшем при записи уравнений). Тогда получим, что вклад в коэффициент реабсорбции процессов комптонизации ($t \leftrightarrow t'$ рассеяния) составит

$$\gamma_{\omega}^{t,t'} = \int d\varepsilon \varepsilon^2 \frac{d f_\varepsilon}{d\varepsilon} \int_{\frac{\omega - \omega_1}{\omega_1}}^{\frac{4\omega \varepsilon / m^2}{4 - m^2 \varepsilon^2}} \frac{\omega - \omega_1}{\omega_1} I_{\omega_1} U^{t,t'} d\omega_1, \quad (3)$$

где достаточно использовать усредненную по углам и поляризациям вероятность рассеяния

$$U^{t,t'} = \frac{(2\pi)^3 e^4}{2\omega\omega_1 \varepsilon^2} \Phi(q) \begin{cases} \frac{1}{\omega}, & \omega_1 < \omega, \quad q = \frac{\omega}{4\omega_1} \frac{m^2}{\varepsilon^2} \\ \frac{1}{\omega_1}, & \omega_1 > \omega, \quad q = \frac{\omega_1}{4\omega} \frac{m^2}{\varepsilon^2} \end{cases}$$

$$\Phi(q) = 1 + q - 2q^2 + 2q \ln q$$

(здесь и ниже скорость света $c=1$).

Как $\gamma_{\omega}^{t,t'}$, так и $Q_\omega^{t,t'}$ пропорциональны плотности энергии излучения W^t . Мы покажем, что эти величины ($\gamma_{\omega}^{t,t'}$ и $Q_\omega^{t,t'}$) в условиях плазменного турбулентного реактора и достаточной малости W^t малы по сравнению с соответствующими величинами, определяемыми трансформацией плазменных колебаний в излучение.

Так, для $\gamma_{\omega}^{t,t'}$ мы имеем

$$\begin{aligned} \gamma_{\omega}^{t,t'} \sim & \frac{W^t e^4 \omega^{1/2}}{\omega_\pm^{7/2}} \int d\varepsilon \frac{d f_\varepsilon}{d\varepsilon} \int_{\frac{1}{4} \frac{m^2}{\varepsilon^2}}^1 \left[\left(\frac{1}{4} \frac{m^2}{\varepsilon^2} \right)^{3/2} \left| q^{-5/2} - \left(\frac{1}{4} \frac{m^2}{\varepsilon^2} \right) q^{-7/2} \right| + \right. \\ & \left. + \left(4 \frac{\varepsilon^2}{m^2} \right)^{1/2} \left| q^{-1/2} - 4 \frac{\varepsilon^2}{m^2} q^{1/2} \right| \right] \Phi(q) dq. \end{aligned} \quad (4)$$

Так как для релятивистских электронов $\varepsilon/m \gg 1$, то основной вклад в интеграл вносит последнее слагаемое. Поэтому мы получаем

$$\gamma_{\omega}^{t,t'} \sim - \frac{e^4 W^t \omega^{1/2}}{\omega_\pm^{7/2} m^3} \int_{\frac{1}{4} \frac{m^2}{\varepsilon^2}}^{(\omega_\pm / 4\omega)^{1/2 m}} \varepsilon^3 \frac{d f_\varepsilon}{d\varepsilon} d\varepsilon. \quad (5)$$

Верхний предел $(\omega_*/4\omega)^{1/2} m$ означает, что в (4) интегрирование происходит по области частот $\omega_1 \leq \omega_*$, для которых размеры ПТР больше оптической толщи.

Таким образом,

$$\gamma_{i\omega}^{t,t} \sim \frac{W^t e^{4\omega}{}^{1/2}}{\omega_*^{7/2} m^3} n_*. \quad (6)$$

Сравнивая (6) с коэффициентом реабсорбции из-за нелинейных эффектов трансформации колебаний плазмы в излучение [1], найдем, что $\gamma_{i\omega}^{t,t} \ll |\gamma_{i\omega}^{tt}|$ (l соответствует для определенности ленгмюровским колебаниям) при условии

$$\frac{W^t}{W^l} \ll \left(\frac{\varepsilon_*}{m}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{\omega_*}{\omega_{pe}}\right)^{7/2} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^{\frac{\gamma+5}{2}}. \quad (7)$$

Для интенсивности спонтанного излучения при комптоновском рассеянии имеем

$$Q_{i\omega}^{t,t} = \frac{\omega^3}{(2\pi)^2} \int f_{\varepsilon} d\varepsilon \int \frac{I_{\omega_1}}{\omega_1} U^{t,t} d\omega_1. \quad (8)$$

При этом сходным путем получим оценку

$$Q_{i\omega}^{t,t} \sim \frac{W^t e^{4\omega}{}^{5/2}}{\omega_*^{7/2} m^2 \varepsilon_*} m n_*. \quad (9)$$

Сравнение $Q_{i\omega}^{t,t}$ с излучением $Q_{i\omega}^{l,t}$ показывает, что $Q_{i\omega}^{t,t} \ll Q_{i\omega}^{l,t}$, если

$$\frac{W^t}{W^l} \ll \left(\frac{\varepsilon_*}{m}\right)^{\gamma} \left(\frac{\omega_*}{\omega_{pe}}\right)^{7/2} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^{\frac{\gamma+4}{2}}. \quad (10)$$

Рассмотрим также содержащуюся в уравнении для I_{ω} спонтанную реабсорбцию:

$$\bar{\gamma}_{i\omega}^{t,t} = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int f_{\varepsilon} d\varepsilon \int U^{t,t} \omega_1^2 d\omega_1. \quad (11)$$

В результате имеем $|\bar{\gamma}_{i\omega}^{t,t}| \simeq n_* \sigma_T \left(\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2}\right)$. Условие малости этого эффекта в сравнении с рассмотренными ранее накладывает ограничение снизу на уровень энергии плазменной турбулентности. Для ленгмюровской турбулентности получаем

$$\frac{W^t}{nm} \gg \frac{e^2 \omega_{pe}}{m} \left(\frac{m}{\varepsilon_0} \right)^{1-1} \left(\frac{\omega}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1+4}{2}}. \quad (12)$$

Таким образом, мы действительно получили, что в плазменном турбулентном реакторе, когда W^t/W достаточно мало и уровень турбулентности выше определенного, в частности W^t удовлетворяет (12), спектр излучения определяется процессом трансформации плазменных волн и синхротронным излучением. Для излучения, запертого в плазменном котле ($\omega < \omega_{*1}$), спектральное распределение имеет вид $I_{\omega} \sim \omega^{5/2}$.

Энергетический спектр электронов f_e в плазменном турбулентном реакторе определяется темпом ускорения и скоростью потерь энергии частицами. Ускорение связано с коэффициентом диффузии в энергетическом пространстве D_e , который описывает эффекты индуцированного рассеяния волн на частицах. Для комптоновского рассеяния электромагнитных волн имеем

$$D_e^{t,t} = \int \frac{I_{\omega} d\omega}{\omega} \int \frac{I_{\omega_1}}{\omega_1} (\omega - \omega_1)^2 U^{t,t} d\omega_1. \quad (13)$$

С учетом спектра излучения I_{ω} , рассмотренного выше, получаем, что

$$D_e^{t,t} \sim \left(\frac{m}{\varepsilon} \right)^2 \frac{e^2 n m \omega_{pe}^2}{\omega_*^3} \left(\frac{W^t}{nm} \right)^2, \quad (14)$$

в то время, как коэффициент диффузии, происходящей из-за рассеяния плазменных волн на релятивистских частицах, $D_e^{t,t} \sim \varepsilon^3$ (1) (это же относится к синхротронному механизму). Поэтому при энергиях, удовлетворяющих условию

$$\left(\frac{\varepsilon}{m} \right)^3 \gg n \omega_*^{-3} \left(\frac{W^t}{nm} \right)^2 \frac{nm}{W^t}, \quad (15)$$

влиянием комптоновского рассеяния высокочастотных волн на ускорение частиц в ПТР можно пренебречь.

Потери энергии частицами описываются вторым членом правой части уравнения для функции распределения f_e . Основной вклад в коэффициент потерь A_e от процессов рассеяния электромагнитного излучения на релятивистских электронах дает спонтанное рассеяние

$$A_e = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \left(\frac{\omega^2}{\omega_1} I_{\omega_1} - \frac{\omega_1^2}{\omega} I_{\omega} \right) (\omega - \omega_1) U^{t,t} d\omega d\omega_1. \quad (16)$$

Легко видеть, что это приводит к $A_e \sim W^t \varepsilon^2$. Таким образом, характер зависимости A_e от энергии в плазменном турбулентном реакторе и с учетом

комптоновского рассеяния сохраняется. Комптоновское рассеяние излучения на электронах приводит, как видно, к дополнительным потерям, поэтому стационарное степенное распределение $f_s \sim \varepsilon^{-1}$ должно иметь показатель спектра $\gamma < 3$. Это соответствует большей интенсивности ускорения частиц $\left(\frac{d\langle \varepsilon \rangle}{dt}\right)_{D_e} > 0$, необходимой для компенсации возросших потерь $\left(\frac{d\langle \varepsilon \rangle}{dt}\right)_{A_e} < 0$. Относительная величина A_e , связанная с комптоновским рассеянием, есть по порядку величины отношение плотности энергии излучения W' к плотности энергии турбулентных пульсаций W (или энергии магнитного поля H^2), поэтому малость W'/W означает малое отклонение γ от значения $\gamma = 3$. Характер зависимости γ от W'/W должен быть рассмотрен для каждого типа турбулентности отдельно.

3. Проиллюстрируем характерные особенности зависимости показателя спектра электронов γ от W'/W при различных значениях параметров, характеризующих плазму турбулентного реактора, и для различных типов турбулентности (ленгмюровской l , вистлеров ω , магнитогидродинамической $A+M$; индекс A отвечает алфвеновским волнам, M — быстрым магнитозвуковым).

Уравнение для γ , учитывающее лишь механизм рассеяния с участием плазменных волн и синхротронное излучение, при формировании степенного спектра р-лативистских электронов в ПТР имеет вид

$$\sum_{\sigma=1,2} R_3^2 \frac{R_{1-\sigma}^2}{R_1^2} - \sum_{\sigma=1,2} R_2^2 = 0 \quad (17)$$

($\sigma=1,2$ означает суммирование по двум поляризациям поперечных волн).

Учет эффекта рассеяния поперечных волн (усредненного по поляризации) в коэффициенте спонтанных потерь A_e приводит к следующему уравнению для γ :

$$\sum_{\sigma=1,2} R_3^2 \frac{R_{1-\sigma}^2}{R_1^2} - \sum_{\sigma=1,2} R_2^2 - R^{t,t} = 0, \quad (18)$$

где

$$R^{t,t} = \frac{8e^2 \pi^2}{9\omega_{pe}^2} \frac{W'}{n\tau}$$

Уравнение (18) для γ является трансцендентным, а функции R_1^2 определяются типом турбулентности. Мы приведем здесь эти функции, найден-

ные в работах [1, 4], чтобы показать, как в уравнение (18) входят параметры плазменного турбулентного реактора.

Так, в случае изотропной ленгмювской турбулентности и плазменных пульсаций больших фазовых скоростей (1)

$$R_{\gamma}^{1,2} = \frac{2\pi^2 e^2}{3\omega_{pe}^2} \left(\frac{W^t}{nm} a_{\gamma} + (2\varphi)^{\frac{\gamma+2}{2}} b_{\gamma}^{1,2} \right), \quad (19)$$

W^t — плотность энергии турбулентности, $\varphi = 3eH\sqrt{1-x^2}/4m\omega_{pe}$, $\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi ne^2}{m}$, H — напряженность магнитного поля, x — косинус угла

между скоростью электрона \vec{v} и вектором \vec{H} (a_{γ} и $b_{\gamma}^{1,2}$ зависят только от γ , и мы их не будем здесь выписывать). Теперь видно, что из уравнения (18) можно найти γ как функцию W^t/W^l , причем формально при $W^t/W^l = 0$ его решением является $\gamma = 3$. На рис. 1 представлен результат численного решения этого уравнения при некоторых значениях параметров $|x|$, ω_{He}/ω_{pe} , $H^2/8\pi W^l$.

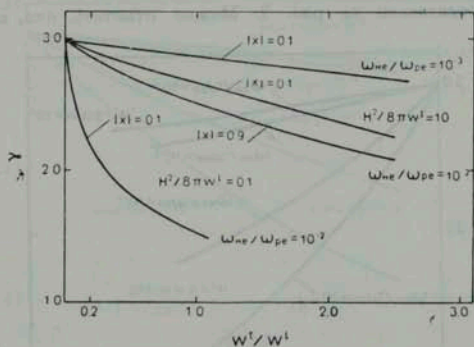


Рис. 1.

При анизотропной турбулентности появляется новый параметр ρ , который характеризует степень анизотропии пульсаций, распространяющихся как по направлению магнитного поля, так и против. Этот параметр выражается через плотность энергии турбулентности соответствующих волн W^{\pm}

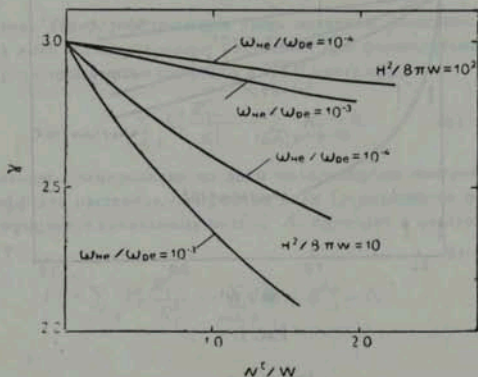
$$p = \frac{W^+ - W^-}{W^+ + W^-}, \quad W^+ + W^- = W.$$

При этом для турбулентности вистлеровской моды колебаний

$$R_1^2 = \frac{2\pi^2 e^2}{3\omega_{pe}^2} \left\{ \frac{W^w}{nm} \frac{1 - \beta^{\frac{1}{2}}}{1 - \beta} \left(\frac{k_{\max} |x|}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1}{2}} a_1^2(p, x) + \frac{H^2}{8\pi nm} (2\gamma)^{\frac{1}{2}} \frac{9}{2} (1 - x^2) b_1^2 \right\} \quad (20)$$

$\beta = \frac{k_{\min}}{k_{\max}}$, k_{\min} и k_{\max} определяют область волновых чисел турбулентных пульсаций соответствующей моды. Если турбулентность характеризуется параметром $p \neq 0$, то решения уравнения (18) зависят не только от $|x|$, но и от знака x , это определяется коэффициентом $a_1^2(p, x)$ (сказанное относится к турбулентности как вистлеров, так и турбулентности магнитогидродинамических мод).

Результат решения уравнения для γ в случае турбулентности вистлеров при различных значениях параметров x , p , $H^2/8\pi W^w$, ω_{He}/ω_{pe} , k_{\max}/ω_{pe} , β представлен на рис. 2. Можно отметить, что, как и для



$$x = 0.1, \quad p = -1, \quad \frac{k_{\max}}{\omega_{pe}} = 0.1, \quad \beta = 0.1.$$

Рис. 2.

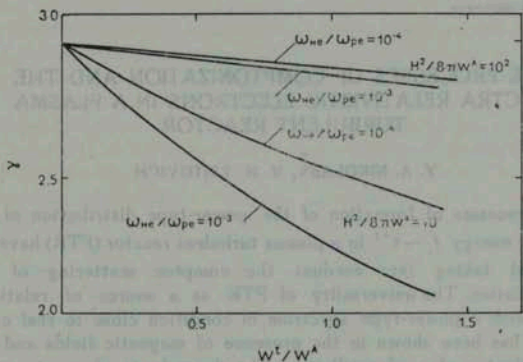
денгмюровской турбулентности, характер зависимости $\gamma(W^t/W^A)$ в большей степени определяется величиной $H^2/8\pi W$ и ω_{He}/ω_{pe} и при больших значениях отношения $H^2/8\pi W$ комптонизация ПТР меньше влияет на значение γ . Зависимость от x и p является слабой.

В случае магнитогидродинамической турбулентности учет альфвеновских (A) и быстрых магнитозвуковых пульсаций (M) приводит к появлению нового параметра, отношения уровней турбулентности этих мод $\alpha = W^M/W^A$. Тогда имеем

$$R_1^1 = \frac{2\pi^2 e^2}{3\omega_{pe}^2} \left\{ \frac{W^A}{nm} \left(\frac{k_{\max} |x|}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1-2}{2}} (1-\beta)^{\frac{1-2}{2}} a_1^1(p^A, \alpha, x) + (2\tau)^{\frac{1+2}{2}} b_1^1 \right\} \quad (21)$$

$$R_1^2 = \frac{2\pi^2 e^2}{3\omega_{pe}^2} \left\{ \alpha \frac{W^A}{nm} \left(\frac{k_{\max} |x|}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1-2}{2}} (1-\beta)^{\frac{1-2}{2}} a_1^2(p^M, \alpha, x) + (2\tau)^{\frac{1+2}{2}} b_1^2 \right\}$$

Характер эффекта комптонизации подобен описанному выше. Зависимость $\gamma(W^t/W^A)$ представлена на рис. 3.



$$x = 0.1, \quad \alpha = 1, \quad p^A = p^M = -1, \quad \frac{k_{\max}}{\omega_{pe}} = 0.1, \quad \beta = 0.1$$

Рис. 3.

4. Таким образом, рассеяние излучения на релятивистских электронах в плазменном турбулентном реакторе действительно уменьшает показатель энергетического спектра этих электронов. При этом в реальных условиях,

соответствующих слабой турбулентности ($W/nT \ll 1$, где T — температура плазмы), отклонение показателя спектра от значения $\gamma=3$ может быть весьма слабым. Это легко видеть из графиков на рис. 1—3, имея в виду, что $(W/H^2) (\omega_{He}/\omega_{pe})^2 \sim W/nm$. При одном и том же значении параметра W/nm , характеризующего уровень турбулентности, поведение γ как функции W'/W может все-таки отличаться для турбулентности различных плазменных мод колебаний.

Следует заметить, что учет дополнительных потерь, связанных с выходом частиц из ПТР, также должен приводить к уменьшению γ по сравнению с $\gamma=3$. Объясняется это необходимостью компенсации потерь энергии в системе за счет ускорения частиц $\left(\frac{d\langle z \rangle}{dt} \sim \langle z^2 \rangle\right)$ при формировании квазистационарных спектров. При этом показатель степенного спектра $f_s \sim \varepsilon^{-1}$ будет находиться в области $2 < \gamma < 3$ и зависеть от характерного размера неоднородности распределения быстрых частиц f_s . Исследование указанного эффекта составляет предмет дальнейшего развития теории плазменного турбулентного реактора.

Московский инженерно-
физический институт

THE PROCESSES OF COMPTONIZATION AND THE SPECTRA RELATIVISTIC ELECTRONS IN A PLASMA TURBULENT REACTOR

Y. A. NIKOLAEV, V. N. TSITOVICH

The processes of formation of the power-type distribution of electrons upon energy $f_s \sim \varepsilon^{-1}$ in a plasma turbulent reactor (PTR) have been investigated taking into account the Compton scattering of reabsorbed radiation. The universality of PTR as a source of relativistic electrons with a power-type spectrum in condition close to real cosmic conditions has been shown in the presence of magnetic fields and magnetic turbulent modes of oscillation. The dependence of spectrum indices γ from parameters characterising the plasma of a turbulent reactor for various types of turbulences has been investigated. The obtained values of $\gamma < 3$ corresponds to the most probable value found during investigation of cosmic radio sources.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Николаев, В. Н. Цытович, А. С. Чихачев, ЖЭТФ, 64, 877, 1973.
2. Ю. П. Очелков, О. Ф. Прилуцкий, Астрон. ж., 51, 1191, 1974.
3. С. J. Pethick, V. N. Tsytovich, Astronomy Space Sci. (in press).
4. Ю. А. Николаев, В. Н. Цытович, А. С. Чихачев, Астрофизика, 12, 107, 1976.
5. С. А. Каплан, В. Н. Цытович, Плазменная астрофизика, Наука, М., 1972.