А С Т Р О Ф И З И К А

ТОМ 20 ФЕВРАЛЬ, 1984 ВЫПУСК 1

УДК 52—726—337

ЛЕНГМЮРОВСКИЙ СОЛИТОН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИЙСЯ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЕ ПОД УГЛОМ К ВНЕШНЕМУ МАГНИТНОМУ ПОЛЮ

Г. И. МЕЛИКИДЗЕ, А. Д. ПАТАРАЯ

Поступила 29 марта 1983
Принята к печати 20 октября 1983

В работе исследуется возможность генерации электромагнитных волн из-за распространения нелинейных ленгмюровских волн в релятивистской электронно-позитронной плазме под малым углом к внешнему магнитному полю. Изучается возможность существования заряженных сгустков, предопределенная наличием небольшой примеси протонов в плазме или небольшим различием между невозмущенными функциями распределения электронов и позитронов.

1. *Введение.* В работах [1, 2] были исследованы одномерные ленгмюровские солитоны, описываемые нелинейным уравнением Шредингера. Такая ситуация может иметь место, когда волна распространяется вдоль внешнего магнитного поля $\vec{B}_0$. Для представления более общей физической картины плазмы некоторых астрофизических объектов с сильными магнитными полями, в частности в магнитосфере пульсаров, необходимо изучить случай распространения солитона под углом к $\vec{B}_0$. В этом случае, в отличие от одномерного, протекают некоторые новые плазменные процессы, генерирующие электромагнитные волны, с помощью которых можно объяснить наблюдаемое излучение.

В данной работе рассматривается электронно-позитронная плазма в сильном магнитном поле $B_0^2 \gg 8\pi mc^2 n_0$, где m и n_0 — масса покоя и невозмущенная плотность числа частиц, c — скорость света. В такой плазме чисто продольной волны, распространяющейся под углом к $\vec{B}_0$, не существует. Возбуждаются только линейные продольно-поперечные (L) волны и чисто поперечная магнитозвуковая (t) волна. Ниже развиваются линейная и нелинейная теории L-волн, с фазовой скоростью, близкой к c, распространяющихся под малым углом к $\vec{B}_0$.

Для решения поставленной задачи воспользуемся релятивистскими уравнениями Власова и Максвелла. Ось x выберем вдоль $\vec{B}_0$. Невозмущенная функция распределения частиц плазмы $F_{\alpha 0}$ берется в виде

$$F_{\alpha 0} = \frac{\delta(p_\perp)}{2\pi p_\perp} f_{\alpha 0}(p_x), \tag{1}$$

где p_x и $p_\perp$ — компоненты импульса частицы вдоль и поперек $\vec{B}_0$, а $f_{\alpha 0}$ — степенная функция энергии частиц с показателем степени ν (см. [2]).

Для удобства дальнейшего изложения компонентами вектора электрического поля волны $\vec{E}$ выберем следующие величины:

$$E_x; \quad E_\parallel = \frac{(\vec{k}_\perp, \vec{E})}{k_\perp}; \quad E_\perp = \frac{k_y E_z - k_z E_y}{k_\perp},$$

где $\vec{k}_\perp$ — составляющая волнового вектора $\vec{k}$ в плоскости, перпендикулярной $\vec{B}_0$; $k_\perp = |\vec{k}_\perp| = \sqrt{k_z^2 + k_y^2}$; E_x, E_y, E_z и k_x, k_y, k_z, соответственно x, y, z — компоненты напряженности электрического поля волны и волнового вектора. Подчеркнем, что хотя мы рассматриваем косые волны, невозмущенная функция распределения (1) — одномерная. Это с большой точностью соответствует действительности, при достаточно большом B_0.

2. *Линейная теория.* Рассмотрим сперва электронно-позитронную плазму с одинаковыми невозмущенными функциями распределения для обоих компонентов. Электрический вектор чисто поперечной магнитозвуковой t-волны имеет только одну составляющую:

$$E_\perp \neq 0, \quad E_x = 0, \quad E_\parallel = 0.$$

Дисперсионное уравнение для этой волны есть

$$\omega = kc \left[1 - \frac{\omega_p^2}{2\Omega^2} (\langle \gamma \rangle + \langle \gamma - \gamma^{-1} \rangle \cos^2 \vartheta) \right], \tag{2}$$

где $\omega_p^2 = 8\pi e^2 n_0/m$, e — заряд электрона, $\Omega = eB_0/mc$, ω — частота волны, $k = |\vec{k}|$, ϑ — угол между $\vec{k}$ и $\vec{B}_0$.

$$\langle \dots \rangle \equiv \int (\dots) f_0 dp_x; \quad \gamma = (1 + p_x^2/m^2c^2)^{1/2}.$$

Как было сказано, чисто продольной волны при распространении под углом к $\vec{B}_0$ в плазме нет, а существует продольно-поперечная волна, вектор электрического поля которой имеет две составляющие:

$$E_x \neq 0, \quad E_\parallel \neq 0, \quad E_\perp = 0.$$

Дисперсионное соотношение в общем случае имеет очень сложный вид, поэтому приведем решение в двух предельных случаях:
если $E_x \gg E_\parallel$ и $k_\perp^2 c^2 \ll \omega_p^2$, то

$$\omega = k_{x0} c + (k_{x0} - k_x) c \lambda_0 + 1/2\, (k_{x0} - k_x)^2 \frac{c^2}{\omega_0} \beta_0, \tag{3}$$

где

$$\omega_0^2 = k_{x0}^2 c^2 = \omega_p^2 I_0 + g k_\perp^2 c^2; \quad g = \frac{\Omega^2}{\omega_p^2} \frac{1}{I_0}; \quad h = \frac{2k_\perp^2 c^2}{\omega_p^2 I_1};$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{c} \left(\frac{d\omega}{dk_x}\right)_{k_x = k_{x0}} = 1 - \frac{2\,(I_0/I_1) + gh}{1 + 2\,(I_0/I_1) + g^2 h + gh};$$

$$\beta_0 = \frac{\omega_0}{c^2} \left(\frac{d^2\omega}{dk_x^2}\right)_{k_x = k_{x0}} = 2\, \frac{\lambda_0 (1 - \lambda_0)^2}{1 + gh} \left[\frac{I_2}{I_1} + 4g^3 h \right] - \lambda_0 (1 - \lambda_0)(1 + 2\lambda_0);$$

$$I_0 = 2 \langle \gamma \rangle - \left\langle \frac{1}{\gamma} \right\rangle; \quad I_1 = 8 \langle \gamma^3 \rangle - 8 \langle \gamma \rangle + \left\langle \frac{1}{\gamma} \right\rangle;$$

$$I_3 = 24 \langle \gamma^5 \rangle - 32 \langle \gamma^3 \rangle + 9 \left\langle \frac{1}{\gamma} \right\rangle;$$

если $E_\parallel \gg E_x$ и $\omega \ll \omega_p$, то

$$\omega = k_x c \left[1 - \frac{1}{2g} - \frac{k_\perp^2 c^2}{2\omega_p^2 I_0} \left(1 + \frac{k_x^2 c^2}{\omega_p^2 I_0} \right) \right]. \tag{4}$$

Это уравнение соответствует альвеновской волне.

3. *Нелинейная теория.* Нелинейная эволюция волн, соответствующих дисперсионному уравнению (3), описывается нелинейным уравнением Шредингера. Следуя математическому методу, использованному в работах [2, 3], можно получить следующее уравнение (с учетом нелинейного затухания Ландау), записанное в системе отсчета движущейся со скоростью, равной групповой скорости линейной волны вдоль оси x, относительно системы покоя центра массы плазмы:

$$i\frac{\partial E_x^{(1)}}{\partial t}+P_1\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_x^{(1)}+P_2\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)E_x^{(1)}+q\,|E_x^{(1)}|^2E_x^{(1)}+$$
$$+\frac{s}{\pi}\int\frac{|E_x^{(1)}(\xi)|^2}{x-\xi}d\xi E_x^{(1)}=0, \qquad (5)$$

где x и t — координата и время в движущейся системе, $E_x^{(1)}$ — первая гармоника амплитуды L-волны; интеграл следует брать в смысле главного значения. Коэффициенты P_1, P_2, q и s зависят от вида невозмущенной функции распределения и для некоторых частных случаев даны в табл. 1, где p_0 соответствует импульсу самых быстрых частиц в плазме [2].

Таблица 1

ν	3/2	5/2	7/2	$\nu\gg1$
$q\omega_p(mc/e)^2$	$1.6\,(p_0/mc)^{1/2}$	2.5	4.1	-0.5ν
$s\omega_p(mc/e)^2$	-8	-5.8	-6.7	$-9\nu^{3/2}$
$P_2\,(\omega_p/c^2)$	$0.2\,(mc/p_0)^{1/2}$	0.2	0.4	1
$P_1\,(\omega_p/c^2)$	$1.1\,(p_0/mc)^{3/2}$	$0.5\,(p_0/mc)$	0.2	$0.75\,(1/\nu)$

Прежде чем перейти к обсуждению конкретных результатов изложенной выше теории, приведем нелинейное уравнение для альвеновской волны, соответствующей дисперсионному уравнению (4):

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}|B_z|+\alpha\frac{c^2}{\omega_p^2}\frac{\partial^3}{\partial x^3}|B_z|+\frac{|B_z|^2}{2B_0^2}\frac{\partial}{\partial x}|B_z|-\frac{c^2}{2\sigma\omega_p^2}\frac{\partial^3|B_z|}{\partial x\partial y^2}=0, \qquad (6)$$

где B_z — z-компонента магнитного поля волны в движущейся системе отсчета, $\alpha=4p_0/9\pi mc$, $\sigma\approx3\pi/8$ для $\nu=3/2$ и $\alpha\approx2.4$ и $\sigma\approx0.7$ для $\nu=5/2$.

4. *Обсуждение результатов.* Для дальнейшего анализа необходимо выбрать конкретную модель магнитосферы пульсаров. В качестве таковой используем модель вращающейся нейтронной звезды с магнитосферой, заполненной электронно-позитронной плазмой, центр массы которой движется вдоль открытых силовых линий магнитного поля с лоренц-фактором $\gamma_p\sim10^2-10^3$ [4, 5]. Ниже пользуемся параметрами, полученными в такой модели.

Уравнение (5) имеет солитонное решение. В отличие от одномерного (см. [1, 2]) в этом случае возникает поперечный к внешнему магнитному полю ток, обусловленный распространением солитона под углом к $\vec{B}_0$. По формулам [6] вычисляются спектральная плотность и мощность излучения электромагнитных волн, генерируемых этим током. Зависимость спектральной плотности от частоты имеет следующий вид:

$$I_\omega \sim \left(\frac{\omega_t}{\omega_0}\right)^4 \left(\frac{a}{\operatorname{sh} a}\right)^2, \tag{7}$$

где $a = (\omega_t - 2\omega_0)/\chi\omega_0$, $\chi^2 = E_m^2/8\pi mc^2 n_0$, ω_t — частота электромагнитных волн, E_m — амплитуда нелинейной L-волны. Так как $\chi \ll 1$, то I_ω имеет острый максимум в области частот $\omega_t \sim 2\omega_0$, Это обусловленно тем, что причиной генерации t-волн является трехволновый процесс $L + L' \to t$. Этот процесс возможен только при распространении L-волн под углом к $\vec{B}_0$. Проинтегрировав точное выражение I_ω по частоте и перейдя в систему наблюдателя (в систему, связанную с поверхностью пульсара), можно получить выражение для мощности N излучения t-волн.

$$N \sim 10^{-30} V^2 \gamma_p n_0^{3/2} \vartheta_m^4 T^{-1} \text{ [эрг/с]}, \tag{8}$$

где V — объем той части магнитосферы, где возбуждаются ленгмюровские волны, в кубических сантиметрах, и T — период вращения пульсара в секундах измеряются в системе наблюдателя, а n_0 — количество частиц в кубическом сантиметре и ϑ_m — максимальное значение ϑ в радианах измеряются в системе покоя плазмы. Частота генерируемых волн в системе наблюдателя $\omega_t' \sim 5 \cdot 10^5 \gamma_p \sqrt{n_0}$.

Для параметров пульсара в Крабовидной туманности (PSR0531+21) $N \sim 10^{32}$ эрг/с и $\omega_t' \sim 10^{12}$ Гц, т. е. частота попадает в инфракрасную область спектра.

Представляет интерес рассмотреть случай, когда в невозмущенном состоянии имеется небольшая асимметрия. Для электронно-позитронной плазмы это может быть вызвано наличием небольшой примеси протонов или относительным макроскопическим движением электронного и позитронного газов [7]. Если удовлетворяется условие $m_i n_i / m n_0 \ll 1$ или $v_0/c \ll 1$, где m_i и n_i — масса покоя и плотность числа протонов, а v_0 — скорость относительного макроскопического движения электронов и позитронов, то как дисперсионные уравнения, так и нелинейные уравнения не меняются. Изменение коэффициентов уравнения (5) пренебрежимо мало. Но в этом случае отлична от нуля плотность ρ заряда внутри солитона, которая выражается формулой

$$\rho = \frac{1}{4\pi} \frac{\sum\limits_\alpha e_\alpha^3 \int \frac{1}{(v_x - \lambda)} \frac{d}{dp_x} \left[\frac{(v_x - \lambda)}{(\omega - k_x v_x)^2} \frac{d}{dp_x} f_{0\alpha} \right] dp_x}{\sum\limits_\alpha e_\alpha^2 \int \frac{1}{(v_x - \lambda)} \frac{d}{dp_x} f_{\alpha 0} dp_x} \frac{\partial^2}{dx^2} |E_x^{(1)}|^2, \tag{9}$$

где λ — групповая скорость ленгмюровских волн. После подстановки в (9) решения уравнения (6) в системе покоя плазмы плотность принимают вид:

$$\rho \sim \frac{5}{\omega_0^2}\left(\frac{e}{m}\right)\varepsilon\,\frac{E_m^2}{\Delta^2}\,\frac{3-2\,\mathrm{ch}^2 b}{\mathrm{ch}^4 b}, \tag{10}$$

где $b=(x-\lambda t)/\Delta$, Δ — полуширина солитонного решения, $\varepsilon = n_i/n_0$ при наличии примеси протонов и $\varepsilon = v_0/c$ при относительном макроскопическом движении электронов и позитронов. Знак заряда в центральной области солитона в случае примеси протонов положительный, а во втором случае совпадает со знаком более быстрых частиц.

Солитон ленгмюровских волн, описываемый уравнением (5), движется вдоль искривленных силовых линий магнитного поля пульсара со скоростью λ относительно плазмы, а плазма со своей стороны движется с лоренц-фактором γ_p относительно пульсара. Связанная с солитоном плотность заряда ρ перемещается аналогичным образом, и наша цель — исследовать излучение, генерируемое этим перемещением [8].

Представив солитон в виде движущейся по окружности системы трех заряженных сгустков, из которых величина заряда центрального — Q, а наружных — $Q/2$ с противоположными знаками, так что вся система электронейтральна, можно вычислить магнито-тормозное излучение этой системы. Продольные размеры системы порядка 2Δ, а поперечные размеры не играют роли для когерентности излучения.

Как и для магнито-тормозного излучения релятивистской частицы, в этом случае роль играют гармоники с большими n, где n — номер гармоники. Максимум интенсивности приходится на $n\sim\gamma_d^3$, где γ_d — лоренц-фактор солитона относительно системы наблюдателя. Спектральная плотность излучения одного солитона имеет вид:

$$I_\omega \approx \frac{Q^2}{c}\,\omega_d F\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)(1-\cos n\varphi_0)^2, \tag{11}$$

где $\varphi_0 = \Delta/\gamma_d R$, $\omega_d = c/R$, $\omega_c = (3/2)\,\omega_d\gamma_a^3$, $n=\omega/\omega_d$, R — радиус кривизны силовой линии,

$$F(\zeta) = \zeta\int\limits_\zeta^\infty K_{5/3}(\zeta)\,d\zeta;$$

$K_{5/3}(\zeta)$ — функция Макдональда [6].

Условие когерентности, определяющее минимальную длину волны, имеет вид $n\varphi_0 < \pi/2$. Максимальная длина волны порядка расстояний между солитонами. Эти расстояния намного больше Δ. Величина заряда Q дается формулой:

$$Q \sim 5\cdot 10^{12}\,\varepsilon n_0^{-1/2}\chi^{-1}. \tag{12}$$

Во время вывода формулы (12) учтено, что солитон L-волн при распространении под углом к $\vec{B}_0$ неустойчив относительно поперечных возмущений, и поэтому поперечные размеры солитона считались порядка $1/k_{\perp}$.

Мощность излучения со всей области открытых силовых линий равна:

$$N_c \sim 5\cdot 10^9 V \varepsilon^2 \sqrt{n_0}\, \gamma T^{-2}\ [\text{эрг/с}]. \tag{13}$$

При $\varepsilon \sim 10^{-6}$ для параметров среднего пульсара $N_c \sim 10^{28}$ эрг/с, $\omega_c \sim 10^8$ Гц.

Абастуманская астрофизическая
обсерватория

LANGMUIR SOLITON PROPAGATED IN THE RELATIVISTIC PLASMA AT AN ANGLE TO THE EXTERNAL MAGNETIC FIELD

G. I. MELIKIDZE, A. D. PATARAYA

The posibillity of generation of electromagnetic waves, depending on the propagation of the nonlinear Langmuir waves at a small angle to the external magnetic field in the relativistic electron-positron plasma is discussed. The appearance of charged bunches, the existence of which is caused either by the presence of the small admixture of protons in the plasma or by a slight difference between the undisturbed functions of electrons and positrons, is studied.

ЛИТЕРАТУРА

1. *B. Buti*, Astrophys. Space Sci., 58, 89, 1978.
2. *Г. И. Меликидзе, А. Д. Патарая*, Астрофизика, 16, 161, 1980.
3. *A. Pataraya, G. Melikidze*, Astrophys. Space Sci., 68, 61, 1980.
4. *Ф. Г. Смит*, Пульсары, Мир, М., 1979.
5. *Р. Манчестер, Дж. Тейлор*, Пульсары, Мир, М., 1980.
6. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория поля, Наука, М., 1973.
7. *J. Arons*, Space Sci. Rev., 24, 437, 1979.
8. *D. ter Haar, V. N. Tsytovich*, Physics Reports, 73, No. 3, 1981.