АСТРОФИЗИКА

ТОМ 22 АПРЕЛЬ, 1985 ВЫПУСК 2

УДК: 524.8+530.145

ЭВОЛЮЦИЯ ОЧЕНЬ РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМ ВАКУУМОМ *

В. Г. ГУРЗАДЯН, А. А. КОЧАРЯН, С. Г. МАТИНЯН

Поступила 16 мая 1984

Принята к печати 3 ноября 1984

Рассмотрены уравнения Эйнштейна с однопетлевыми квантовыми поправками, описывающие поляризацию вакуума физических полей. Показано, что в интервале времен, где существенны только однопетлевые поправки для сильного классического гравитационного поля, эти уравнения дают для космологической задачи единственное устойчивое решение фридмановского типа.

1. *Введение. Постановка задачи.* Квантовые эффекты, несомненно, играли значительную роль в эволюции очень ранней Вселенной, определяя, по крайней мере, характер и темп ее расширения. Они, в частности, могли бы устранить сингулярности, присущие классической общей теории относительности.

При отсутствии последовательной квантовой теории гравитации возможным путем исследования эволюции ранней Вселенной является учет квантовых поправок в правой части уравнений Эйнштейна. Такой подход к учету квантовых эффектов в уравнениях Эйнштейна был развит в работах [1, 2] (см. также [3]). Эти уравнения можно представить в виде ($\hbar = c = 1$)

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R = l^2 (T^{\mu\nu} + \langle T^{\mu\nu} \rangle), \tag{1}$$

$$l^2 \equiv 8\pi G,$$

где $T^{\mu\nu}$ — тензор энергии импульса реальной материи, а $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ учитывает вклад квантовых поправок, связанных с поляризацией вакуума физических полей в сильном гравитационном поле. Иными словами, гравитационное поле рассматривается классически, а в однопетлевом приближении ($\langle T^{\mu\nu} \rangle = 0\ (\hbar)$) в $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ учитываются вклады в поляриза-

* Доложено на XXII Международной конференции по физике высоких энергий (Лейпциг, июль 1984).

цию вакуума от всех полей материи, за исключением вклада от гравитонов. Это пренебрежение гравитационными петлями обосновано в главном приближении по $1/N$ [4], где N — число физических полей материи, и крайне важно, ибо вклад в $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ от гравитонов неопределен из-за зависимости его от выбора калибровки.

Квантовые поправки связаны не только с поляризацией вакуума, но и с эффектами рождения реальных частиц. В расширяющейся Вселенной число частиц не есть интеграл движения, а лишь адиабатический инвариант (даже если гравитация не квантуется). Однако известно, что для изотропных моделей (которые нас будут интересовать ниже), благодаря конформной инвариантности, рождение безмассовых частиц не происходит [5].

Можно считать, что для масштабов энергий, характеризующих очень раннюю Вселенную, образование массивных частиц также подавлено существенно. Что касается гравитонов (не конформно-инвариантный объект), то они могут, вообще говоря, рождаться в изотропных моделях, но при расширении Вселенной по закону $\sqrt{t}$, $R=0$, это запрещено.

Итак, для того, чтобы изучить роль квантовых поправок в эволюции ранней Вселенной, мы ограничимся вкладом в $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ поляризации вакуума в интенсивном гравитационном поле от конформно-инвариантных (т. е. безмассовых) свободных физических полей (для которых, кстати, нет высших по $\hbar$ вкладов в $\langle T^{\mu\nu} \rangle$) и пренебрежем вкладом от реальных полей (и гравитонов) в правую часть (1).

Можно думать, в соответствии со сказанным выше, что наше приближение разумно, несмотря на то, что массивные поля и гравитоны могут присутствовать в очень ранней Вселенной.

$\langle T^{\mu\nu} \rangle$ из (1) в однопетлевом приближении вычислялось рядом авторов (см. [6]). Это выражение формально расходится и требует регуляризации. Окончательное выражение (квадратичное, конечно, по $R^{\mu\nu}$ и R или содержащее их производные второго порядка) имеет вид:

$$\langle T^{\mu\lambda} \rangle = \alpha \left(R^{\mu\nu} R^{\nu}_{\lambda} - \frac{2}{3} R R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R_{\lambda\rho} R^{\lambda\rho} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4} g^{\mu\nu} R^2 \right) + \beta/3 \left(R^{;\mu\nu} - g^{\mu\nu} R^{;\lambda}_{;\lambda} - R R^{\mu\nu} + \frac{1}{4} g^{\mu\nu} R^2 \right). \qquad (2)$$

Безразмерные постоянные α и β фиксируются схемой регуляризации (например, размерной) и зависят от числа N полей материи, дающих вклад в поляризацию вакуума.

Для существенности однопетлевых поправок необходимо, чтобы $|\alpha|, |\beta| \gg 1$, что может иметь место при достаточно большом N. Необходимо также, чтобы двухпетлевые и более высокие поправки были несущественны, т. е.

$$|R_{\mu\nu\lambda\rho}R^{\mu\nu\lambda\rho}| \ll l^{-4}.$$

Это условие позволяет еще использовать классические концепции гравитационного поля и пространственно-временной метрики, но квантовые поправки уже существенны.

В работах [7, 8] и других решались уравнения (1), (2) с тензором энергии импульса материи $T^{\mu\nu}$, соответствующим классическому излучению, при разных значениях α и β, причем в качестве граничного условия требовался выход на фридмановское решение при $t \to \infty$.

Важным шагом на этом пути была работа [9], где изучались уравнения (1), (2) с $T^{\mu\nu} = 0$ и было получено несингулярное решение де-ситтеровского типа, которое, однако, как оказалось [10], неустойчиво относительно малых флуктуаций метрики.

В данной работе мы исследуем уравнения (1), (2) для «пустой» Вселенной ($T^{\mu\nu} = 0$), (см. также [11]). В отличие от предыдущих работ [7, 8] мы не ставим граничного условия выхода решения на фридмановское при больших временах, учитывая, что у расширяющейся Вселенной, эволюционирующей от сингулярности («начала») и прошедшей короткую, но важную стадию с определяющей ролью квантовых эффектов и, в частности, этап, описываемый уравнениями (1), (2), до выхода на современный фридмановский режим ($t \to \infty$) была интереснейшая судьба, обусловившая ее основные современные свойства: однородность и изотропность, проблема горизонта; проблема энтропии, плоскостность, проблема первичных флуктуаций и др. («раздувающаяся» — де-ситтеровская [12, 13] или квази-де-ситтеровская [14] Вселенная).

Мы исходим из того, что существует конечный интервал времени расширения Вселенной, верхняя граница которого определяется преобладанием вклада однопетлевых квантовых поправок (2) над левой частью уравнений (1), линейной по $R^{\mu\nu}$ и R; нижняя, как уже отмечалось,— условием пренебрежения многопетлевыми поправками.

Протяженность этого интервала, даваемого неравенствами

$$l \ll t \ll |\alpha|^{1/2} l,\ |\beta|^{1/2} l, \tag{3}$$

определяется числом N квантованных полей, дающих вклад в поляризованный сильной классической гравитацией вакуум. Он тем шире, чем больше N.

Мы рассматриваем уравнения (1), (2) для нулевой космологической постоянной и показываем, что уравнение (1) имеет для интервала (3) *единственное устойчивое решение фридмановского типа* $(a \sim \sqrt{t})$ *для* радиационно-доминированной Вселенной.

2. *Расширение фридмановского типа.* Рассмотрим исходные уравнения (1), (2) с $T^{\mu\nu} = 0$ для метрики Фридмана—Робертсона—Уокера

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)[d\chi^2 + f^2(\chi)(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)], \tag{4}$$

где

$$f(\chi) = \begin{cases} \chi, & k = 0, \\ \sin\chi, & k = 1, \\ \mathrm{sh}\,\chi, & k = -1. \end{cases}$$

Прежде всего заметим важное обстоятельство, связанное со структурой $\langle T^{\mu\nu} \rangle$. Легко проверить, что решения уравнения

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{4} g^{\mu\nu} R = 0 \tag{5}$$

при $R = -12/\alpha l^2$ и $R = 0$ удовлетворяют исходным уравнениям (1), (2). При этом первое из условий $R = -12/\alpha l^2$ соответствует упомянутому решению де-ситтеровского типа [9].

В наиболее интересном случае $|\beta| \gg |\alpha|$ и для указанного интервала t (3) уравнения (1), (2) перейдут в уравнения

$$R^{;\lambda}_{;\lambda} = 0$$

$$R^{;\mu\nu} - R\left(R^{\mu\nu} - \frac{1}{4} g^{\mu\nu} R\right) = 0, \tag{6}$$

которые для метрики (4) перепишутся в виде

$$\begin{gathered} (\dot{a}^2 + k)^2 - a^2\ddot{a}^2 + C\dot{a} = 0, \\ a^3 \frac{d}{dt}\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{k + \dot{a}^2}{a^2}\right) = C/2, \end{gathered} \tag{7}$$

где C постоянная.

Если $C = 0$, то уравнения (7) имеют только два типа решений: — де-ситтеровское ($R = \mathrm{const} \neq 0$) и фридмановское ($R = 0$, $k = 0$, $k = 1$, $k = -1$), совпадающее с решением эйнштейновских уравнений совместно с уравнением состояния фотонного газа ($P = \varepsilon/3$).

Для $C \neq 0$ уравнения (7) переходят в одно уравнение

$$C\sqrt{u} + (u + k)^2 = a^2 \frac{u'^2}{4}; \quad \dot{a} = \sqrt{u(a)}, \tag{8}$$

которое интегрируемо при $k=0$:

$$\int_{t_0}^{t} dt = (4A)^{1/3} \int_{a_0}^{a(t)} \frac{a^{\sigma} da}{(a^{3\sigma} - AC)^{2/3}}, \qquad \sigma = \pm 1, \; A > 0. \tag{9}$$

При $a \ll 1$ из (9) получаем единственное решение в виде

$$a(t) = \text{const} \sqrt{t}, \tag{10}$$

что соответствует случаю $R = 0$.

Как видно из (7), условия $a \ll 1$, $\dot{a} > 0$ и $k = 0$ являются граничными для этих уравнений, т. е. решение (10) имеет место при любом C.

Таким образом, для случая ранней плоской и расширяющейся Вселенной (10) является единственным решением уравнений (7).

Нетрудно убедиться, что решение (10) устойчиво по отношению к малым возмущениям метрики: в интересующем нас случае они спадают со временем как $t^{-1/2}$.

Можно также показать, что частное решение исходных уравнений (1), (2) представимо в виде разложения по α/β ($\alpha \ll 1$):

$$a(t) = \sqrt{Mt} + \frac{\alpha}{\beta} \sqrt{Nt} \ln(St) + O\left(\frac{\alpha^2}{\beta^2}\right); \quad (k=0), \tag{11}$$

$$M, N, S = \text{const},$$

что указывает на корректность сделанных допущений при получении решения (10) и означает эффективную перенормировку степени в (10) при малых t: $t^{1/2+O(\alpha/\beta)}$.

Легко проверить, что решения (10), (11) удовлетворяют уравнениям (1), (2) при t из интервала (3) ($(\alpha) \ll (\beta)$).

Отметим, что эти выводы относятся не только к случаю с $k = 0$, но и правильны при $k = \pm 1$, ибо в рамках исследуемой задачи об эволюции ранней Вселенной эти случаи не отличимы.

3. *Заключение.* В заключение еще раз подчеркнем, что в основе полученного единственного (устойчивого) решения фридмановского типа (10) лежит предположение о существовании конечного интервала времени (3).

Не исключено, что такого интервала не существует, т. е. уравнения (1), (2) не имеют области применимости (это вопрос теории элементарных частиц, в частности, мультиплетного содержания и структуры единой теории типа суперсимметричного великого объединения).

С другой стороны, если такой интервал все же существует, то можно думать, что ввиду устойчивости решения (10), Вселенная, выйдя на этот режим, будет расширяться по закону $\sqrt{t}$ и в более поздние времена, до тех пор, пока не произойдут фазовые переходы [15] и (или) Вселенная не войдет в инфляционную (де-ситтеровскую) фазу [13]. Затем, после окончания этой фазы, с увеличением роли реальной (радиационной доминирующей) материи, закон расширения опять станет фридмановским ($a \sim t^{1/2}$).

Следует отметить, что описанный сценарий эволюции ранней Вселенной согласуется с равенством нулю космологической постоянной ($\Lambda = R - l^2)(3p - \varepsilon)$). Иными словами, $\Lambda = 0$ возможно не только для плоской радиационно-доминированной Вселенной [15], но и для «пустой» Вселенной с поляризованным вакуумом.

Мы благодарны Г. М. Асатряну, А. Д. Линде, Р. Л. Мкртчяну, Г. К. Саввиди и А. А. Старобинскому за полезные обсуждения.

Ереванский физический
институт

EVOLUTION OF VERY EARLY UNIVERSE WITH POLARIZED VACUUM

V. G. GURZADIAN, A. A. KOCHARIAN, S. G. MATINIAN

The Einstein equations with one-loop quantum corrections describing the polarization of vacuum of physical fields are investigated. It is shown that within a time interval when only one-loop corrections for strong gravitational field are sufficient, the equations have the only stable solution of the Friedmann type.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Т. В. Рузмайкина, А. А. Рузмайкин*, ЖЭТФ, 57, 680, 1969.
2. *В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, А. А. Любушин*, ЖЭТФ, 60, 451, 1971.
3. *Я. Б. Зельдович*, УФН, 133, 479, 1981.
4. *E. Tomboulis*, Phys. Lett., 7CB, 361, 1977.
5. *L. Parker*, Phys. Lett., 21, 562, 1968.
6. *T. S. Bunch, P. C. W. Davies*, Proc. Roy. Soc. London, A356, 569, 1977.
7. *M. V. Fischetti, J. B. Hartle, B. L. Hu*, Phys. Rev., D20, 1757, 1979.
8. *P. Anderson*, Phys. Rev., D23, 271, 1983.
9. *A. A. Starobinsky*, Phys. Lett., 91B, 99, 1980.
10. *В. Ф. Муханов, Г. В. Чибисов*, Письма ЖЭТФ, 33, 549, 1981.
11. *V. G. Gurzadyan, A. A. Kocharyan, S. G. Matinyan*, EPI—700(15)—84.
12. *A. Guth*, Phys. Rev., D23, 347, 1981.
13. *A. D. Linde*, Phys. Lett., 108B, 389, 1982.
14. *А. А. Старобинский*, Письма АЖ, 9, 579, 1983.
15. *D. A. Kirzhnitz, A. D. Linde*, Phys. Lett., 42B, 471, 1972.
16. *L. Parker*, Phys. Rev. Lett.. 50, 1009, 1983.