

УДК: 523.62—726

ДИНАМИКА МАГНИТОЗВУКОВОГО СОЛИТОНА  
ПРИ ПЕРЕХОДНОМ ИЗЛУЧЕНИИ В НЕОДНОРОДНОМ  
МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Р. Г. ДЖАНГИРЯН, Ф. А. КОСТАНЫН

Поступила 18 декабря 1986

Принята к печати 15 декабря 1987

Рассмотрено изменение параметров магнитозвукового солитона при движении его в неоднородном внешнем магнитном поле как для скачкообразного изменения величины поля, так и в случае периодического изменения малой добавки к постоянному внешнему полю. Показано, что ширина солитона и его скорость во втором случае изменяются с некоторой эффективной частотой.

1. *Введение.* Вопросы возбуждения магнитогидродинамических волн представляют значительный интерес в связи с исследованиями волновых процессов в космическом пространстве. Механизм переходного излучения в рамках линейной теории привлекается для объяснения особенностей нестационарных астрофизических объектов [1], рассматривается в качестве возможного источника космического рентгеновского излучения [2] и альфеновских возмущений в межпланетной плазме [3]. Учет нелинейных эффектов приводит к более ясному представлению о природе процессов как в магнитосфере и ионосфере Земли [4], так и в недрах звезд [5].

В настоящее время имеются все основания для того, чтобы считать реальным существование солитонов в космической плазме (см., например, [6, 7]). Наличие неоднородностей внешнего магнитного поля вдоль пути движения солитона приводит к формированию свободных полей переходного излучения. Такое излучение, возникающее при пересечении скачка и регулярных неоднородностей внешнего магнитного поля магнитозвуковым солитоном, исследовано в работе [8] методом теории возмущений, в котором не используется предположение об адиабатическом изменении параметров солитона и исключаются из рассмотрения эффекты, связанные с изменением скорости солитона при излучении [9]. В настоящей работе мы рассматриваем изменение параметров самого солитона при переходном излучении и переходном рассеянии, возникающем при движении его в неоднородном внешнем поле.

2. Основные уравнения. Возмущения магнитного поля при одномерном движении квазинейтральной плазмы поперек внешнего магнитного поля  $H_0$  описываются следующим уравнением [10]:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{H_0}{4\pi m n_0} \frac{\partial}{\partial x} \frac{H^2}{2} = \delta_L^2 \frac{\partial^4 H}{\partial x^2 \partial t^2}, \quad (1)$$

где  $n_0$  — невозмущенная плотность заряженных частиц,  $m = m_i + m_e$ ,  $\delta_L = c/\omega_{0e}$  — длина дисперсии для магнитозвуковых волн, распространяющихся поперек магнитного поля,  $\omega_{0e} = \sqrt{4\pi n e^2/m_e}$  — ленгмюровская частота электронов плазмы.

Рассмотрим движение плазмы, описываемой уравнением (1), в неоднородном магнитном поле,

$$H = H_0(1 + \varepsilon(x, t)), \quad |\varepsilon(x, t)| \ll 1. \quad (2)$$

Введением переменных  $\bar{\tau} = \delta t$ ,  $\bar{\xi} = x - c_A t$ , где  $c_A = H_0/\sqrt{4\pi m n_0}$  — альвеновская скорость, для величины  $\bar{u} = 1 - H(\bar{\xi}, \bar{\tau})/H_0$  получаем из (1) уравнение, которое после обезразмеривания, согласно соотношениям  $\bar{\xi} = \delta_L \xi$ ,  $\bar{\tau} = 2\delta_L \tau/c_A$ ,  $\bar{u} = 6u$ , приводится к каноническому виду уравнения Кортевега — де Фриза

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} - 6u \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} = -\varepsilon(\xi, \tau) \frac{\partial u}{\partial \xi}, \quad (3)$$

в котором правая часть является возмущением:  $\varepsilon(x, t) = \tilde{\varepsilon}(\delta_L(\xi + 2\tau), 2\delta_L \tau/c_A)$  и позволяет нам ниже рассмотреть динамику солитона. Невозмущенное решение уравнения (3) имеет вид солитона:

$$u_s = -2x^2 \operatorname{sech}^2[x(\xi - \zeta(\tau))]. \quad (4)$$

Изменение ширины солитона при наличии возмущения описывается следующим уравнением [11]:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{4x} \int_{-\infty}^{\infty} dz R[u_s]/ch^2 z, \quad (5)$$

где  $R[u] = -\varepsilon(\xi, \tau) \partial u/\partial \xi$ ,  $z = x(t)[\xi - \zeta(t)]$ , а изменение скорости солитона подчиняется следующему уравнению:

$$\frac{d\zeta}{dt} = 4x^2 - \frac{1}{4x^3} \int_{-\infty}^{\infty} dz R[u_s] \frac{1}{ch^2 z} (z + \operatorname{sh} z \cdot \operatorname{ch} z). \quad (6)$$

3. Эволюция параметров солитона при переходном излучении. Предположим, что изменение магнитного поля происходит скачком:  $\varepsilon(x) = \varepsilon_0 \theta(x)$ , где  $\theta(x)$  — функция Хэвисайда. Тогда правую часть уравнения (3), описывающего возмущение, можно представить в виде

$$R[u_s(z)] = 2\varepsilon_0 x^3(t) \theta[z + x(\zeta + 2t)] \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\text{ch}^2 z}, \quad (7)$$

а уравнения (5) и (6) соответственно преобразуются к виду

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\varepsilon_0 x^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dz \theta[z + x(\zeta + 2t)] \frac{1}{\text{ch}^2 z} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\text{ch}^2 z}, \quad (8)$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = 4x^2 - \frac{\varepsilon_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dz \theta[z + x(\zeta + 2t)] \frac{z + \text{ch}z \cdot \text{sh}z}{\text{ch}^2 z} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\text{ch}^2 z}. \quad (9)$$

Эти уравнения определяют динамику солитона на скачке альвеновской скорости (на контактном разрыве). Из уравнений (8) и (9) окончательно получаем:

$$x_t = \varepsilon_0 x^2 / 4 \text{ch}^4 x (\zeta + 2t), \quad (10)$$

$$\xi_t = 4x^2 + \varepsilon_0 / 2 - \frac{\varepsilon_0}{4} \left[ \frac{x(\zeta + 2t)}{\text{ch}^4 x (\zeta + 2t)} - \text{th}^3 x (\zeta + 2t) - \text{th} x (\zeta + 2t) \right]. \quad (11)$$

Решения этих уравнений будем искать в виде ряда по параметру  $\varepsilon_0$ :

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + \varepsilon_0 x_1(t) + \varepsilon_0^2 x_2(t) + \dots \\ \xi(t) &= 4x_0^2 + \varepsilon_0 \xi_1(t) + \varepsilon_0^2 \xi_2(t) + \dots \end{aligned} \quad (12)$$

с начальными условиями  $\xi_t = \varepsilon_0$ ,  $x = x_0$  при  $t \rightarrow -\infty$ . Тогда изменение ширины солитона описывается выражением

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + \frac{\varepsilon_0 x_0^2}{4q_0} \left[ \frac{2}{3} + \text{th} q_0 t - \frac{1}{3} \text{th}^3 q_0 t \right], \\ q_0 &= 2x_0 (2x_0^2 + 1), \end{aligned}$$

из которого следует, что ширина солитона при прохождении неоднородности поля  $\varepsilon_0$  терпит скачок

$$\Delta x = \varepsilon_0 x^2 / 3q_0. \quad (13)$$

Вычисления величины  $\xi_1(t)$  приводят к значению

$$\begin{aligned} \xi_1(t) = t \left\{ \frac{4}{3} \frac{x_0^3}{q_0} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left( thq_0t - \frac{1}{3} th^3q_0t \right) \right\} + \\ + \frac{1}{q_0} \frac{1}{ch^2q_0t} \left\{ \frac{x_0^3}{3q_0} + \frac{1}{12} \right\} + \frac{1}{q_0} \ln chq_0t \left\{ \frac{4x_0^3}{3q_0} + \frac{2}{3} \right\} + \\ + \frac{1}{q_0} \ln 2 \left\{ \frac{4x_0^3}{3q_0} + \frac{2}{3} \right\}. \end{aligned}$$

Рассмотрение этой зависимости приводит нас к выводу, что на скачке магнитного поля скорость солитона изменяется на величину

$$\Delta v = 2\varepsilon_0 x_0 (10 x_0^2 + 3) / 3q_0. \quad (14)$$

Скачок ширины солитона (13) при изменении величины внешнего магнитного поля на  $\varepsilon_0$  соответствует добавлению величины  $H_R^\pm$  (формула (17) работы [8]).

4. *Эволюция параметров в периодическом поле.* Рассмотрим теперь изменение параметров солитона в периодически-неоднородном поле:  $\varepsilon(x, t) = \varepsilon_0 \cos Qx$ , где величина  $2\pi/Q$  определяет масштаб неоднородности. В этом случае изменения параметров солитона определяются формулами

$$\begin{aligned} x_t &= \varepsilon_0 A_x \sin Q(\zeta + 2t), \\ \xi_t &= 4x^2 - \varepsilon_0 A_\xi \cos Q(\zeta + 2t), \end{aligned} \quad (15)$$

в которых амплитуды  $A_x$  и  $A_\xi$  определяются согласно соотношениям

$$\begin{aligned} A_x(x, Q) &= \frac{\pi Q^2}{24x^2} \cdot \frac{Q^2 + 4x^2}{\text{sh}(\pi Q/2x)}, \\ A_\xi(x, Q) &= \frac{\pi Q}{2x} \text{sh}^{-1}(\pi Q/2x) \left\{ \frac{Q^2}{2x^2} - \frac{2}{3} - \frac{\pi Q}{24x^3} (Q^2 + 4x^2) \text{cth}(\pi Q/2x) \right\}. \end{aligned}$$

Решение уравнений (10), (11) для первого приближения теории возмущений дает нам временную модуляцию амплитуды солитона в виде

$$x_1(t) = - \frac{A_x x_0}{Q q_0} \cos \left( \frac{Q q_0}{x_0} t \right). \quad (16)$$

При этом фаза солитона изменяется согласно

$$\xi_1(t) = - \left[ \frac{8A_x x_0^2}{Q q_0} + A_\xi \right] \frac{x_0}{Q q_0} \sin \left( \frac{Q q_0}{x_0} t \right). \quad (17)$$

Отметим, что частота временной модуляции параметров солитона  $\Omega = Qq_0/\chi_0$  при его движении в периодически неоднородном поле определяется как частота пролета солитоном неоднородностей:  $\Omega = Qv_{\text{сол.}}$ , где величина  $v_{\text{сол.}}$  с учетом того, что мы перешли в систему координат, движущуюся со скоростью  $c_A$ , и произвели масштабное обезразмеривание, равна  $4x_0^2 + 2$ .

5. Проведенные расчеты показывают, что при переходном излучении солитона на скачке внешнего магнитного поля его ширина и скорость изменяются на величины, соответствующие излученному импульсу магнитного поля. В случае движения солитона при наличии малых периодических возмущений его параметры испытывают периодические изменения с некоторой эффективной частотой, соответствующей частоте пересечения солитоном неоднородностей внешнего поля.

Институт радиофизики и электроники  
АН Арм.ССР

## MAGNETOACOUSTIC SOLITON DYNAMICS BY TRANSITION RADIATION IN UNHOMOGENEOUS MAGNETIC FIELD

R. G. JANGIRIAN, F. A. KOSTANIAN

The variation of magnetoacoustic soliton parameters by its propagation in unhomogeneous external magnetic field both for step-like small variation of its magnitude and for periodical variation of small addition to constant external field is considered. The soliton width and its velocity are shown to oscillate with an effective frequency.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Гурзadyн, Вспыхивающие звезды, Наука, М., 1973.
2. Г. М. Гарибян, Ян Ши, Рентгеновское переходное излучение, Ереван, Изд. АН Арм.ССР, 1983.
3. Р. Г. Джангирян, Ф. А. Костанян, *Астрофизика*, 22, 189, 1985.
4. О. А. Молчанов, в кн.: «Низкочастотные излучения в ионосфере и магнитосфере Земли», Апатиты, 1981, стр. 16.
5. Г. П. Алоджанц, Г. С. Саакян, *Астрофизика*, 20, 571, 1984.
6. В. М. Чмырев, В. Г. Мордовская, *Изв. ВУЗов, Радиофизика*, 29, 751, 1986.
7. В. И. Петвиашвили, *Физика плазмы*, 2, 450, 1976.
8. Р. Г. Джангирян, Ф. А. Костанян, *Астрофизика*, 20, 599, 1984.
9. В. И. Карпман, Е. М. Маслов, *Ж. эксперим. и теор. физ.*, 75, 504, 1978.
10. В. И. Карпман, *Нелинейные волны в диспергирующих средах*, Наука, М., 1977.
11. Дж. Л. Лем, *Введение в теорию солитонов*, Мир, М., 1983.